

## 第2回 変位法構造解析に有用な数値計算技法

### 1. 変位法の利点を生かすために必要なこと

前章では、変位法における部材剛性マトリックスの誘導と全体剛性方程式への拡張および割付について述べた。この考え方によれば、静定・不静定に関係なく、数多くの節点が数多くの部材で結ばれた複雑な構造系（多自由度系）であっても解析が可能になる。この利点をし、コンピュータによる数値計算を行うためには、特有の計算技法が必要となる。例えば、

連立一次方程式の解法： **ガウスの消去法, LU分解, 反復法**

剛性マトリックス格納の効率化： **バンドマトリックス法, スカイライン法**

など、これまでに多くの手法が開発されている。

### 2. ガウスの消去法

連立一次方程式の数値解法については、その手順を説明した教科書も多数ある。（例えば、戸川隼人著、情報処理入門コース7「数値計算」岩波書店など）

**1<sup>st</sup> STEP: 《前進消去》** 消去法（式どうしの引き算）によって、

$$\begin{cases} a_{11}d_1 + a_{12}d_2 + a_{13}d_3 + \cdots + a_{1n}d_n = D_1 & \text{.....(1)} \\ a_{21}d_1 + a_{22}d_2 + a_{23}d_3 + \cdots + a_{2n}d_n = D_2 & \text{.....(2)} \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1}d_1 + a_{n2}d_2 + a_{n3}d_3 + \cdots + a_{nn}d_n = D_n & \text{.....(n)} \end{cases}$$

のマトリックスの左下半分を消去して、一旦、対角要素の係数を全て”1”にする。

$$\begin{cases} 1 \cdot d_1 + a_{12}d_2 + a_{13}d_3 + \cdots + a_{1n}d_n = D_1 & \text{.....}\overline{(1)} \\ 1 \cdot d_2 + a_{23}d_3 + \cdots + a_{2n}d_n = D_2 & \text{.....}\overline{(2)} \\ \vdots = \vdots & \vdots \\ 1 \cdot d_n = D_n & \text{.....}\overline{(n)} \end{cases}$$

**2<sup>nd</sup>STEP: 《後退代入》**  $d_n$ の値は確定しているので、これを $\overline{(n-1)}$ 式に代入すれば $d_{n-1}$ が得られる。同様に $d_n$ と $d_{n-1}$ を $\overline{(n-2)}$ 式に代入すれば $d_{n-2}$ が得られ、これを $d_1$ が得られるまで繰り返す。

例題 3-1 次の三元連立一次方程式をガウスの消去法によって解け.

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z = 60 \cdots \cdots (1) \\ 4x + 5y + 7z = 81 \cdots \cdots (2) \\ 6x + 7y + 11z = 119 \cdots \cdots (3) \end{cases}$$

2	4	6	60
4	5	7	81
6	7	11	119

(前進消去-1) 式(1)の全体に2 (=a<sub>21</sub>/a<sub>11</sub>)を掛けて、式(2)からこれを引く

$$\begin{array}{r} 4x + 5y + 7z = 81 \\ - | 4x + 8y + 12z = 120 \\ \hline -3y - 5z = -39 \cdots \cdots (2)' \end{array}$$

2	4	6	60
0	-3	-5	-39
6	7	11	119

(前進消去-2) 同様に、式(1)の全体に3 (=6/2=a<sub>31</sub>/a<sub>11</sub>)を掛けて、式(3)からこれを引く

$$\begin{array}{r} 6x + 7y + 11z = 119 \\ - | 6x + 12y + 18z = 180 \\ \hline -5y - 7z = -61 \cdots \cdots (3)' \end{array}$$

2	4	6	60
0	-3	-5	-39
0	-5	-7	-61

(前進消去-3) 式(1)全体を2 (=a<sub>11</sub>)で割って、xの係数を"1"にしておく。これでワンセット完成.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 30 \cdots \cdots (1)' \\ -3y - 5z = -39 \cdots \cdots (2)' \\ -5y - 7z = -61 \cdots \cdots (3)' \end{cases}$$

1	2	3	30
0	-3	-5	-39
0	-5	-7	-61

(前進消去-4) (前進消去-1~3)の手順を、式(2)'および(3)'に実行する.

式(2)'の全体に5/3 (=a<sub>23</sub>/a<sub>22</sub>)を掛けて、式(3)'からこれを引く

$$\begin{array}{r} -5y - 7z = -61 \\ - | -5y - (25/3)z = -65 \\ \hline (4/3)z = 4 \cdots \cdots (3)'' \end{array}$$

1	2	3	30
0	-3	-5	-39
0	0	4/3	4

(前進消去-5) 式(2)'を-3 (=a<sub>22</sub>) 式(3)''を4/3 (=a<sub>33</sub>)でそれぞれ割り、x,yの係数を"1"にする.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 30 \cdots \cdots \overline{(1)} \\ y + (5/3)z = 13 \cdots \cdots \overline{(2)} \\ z = 3 \cdots \cdots \overline{(3)} \end{cases}$$

1	2	3	30
0	1	5/3	13
0	0	1	3

(後退代入-1) 式(3)のzを(1), (2)に代入して、右辺に移項する.

$$\begin{cases} x + 2y = 21 \cdots \cdots \overline{(1)}' \\ y = 8 \cdots \cdots \overline{(2)}' \\ z = 3 \cdots \cdots \overline{(3)}' \end{cases}$$

1	2	0	21
0	1	0	8
0	0	1	3

(後退代入-2) 式(2)''のyを(1)'に代入して、右辺に移項する.

$$\begin{cases} x = 5 \cdots \cdots \overline{(1)}'' \\ y = 8 \cdots \cdots \overline{(2)}'' \\ z = 3 \cdots \cdots \overline{(3)}'' \end{cases}$$

1	0	0	5
0	1	0	8
0	0	1	3

**演習課題 2.** 以下のガウスの消去法による連立一次方程式計算 pg について、全ての変数名と全ての行の処理を説明せよ。また、手計算で出来るモデル（たとえばこのプリントの3元連立一次方程式）を計算して、正しい答えが出るかどうかの検証（ベンチマークテスト）を行い、その結果が出ているシートを含む Excel ファイルを提出すること。

**他人と同じ文章（いわゆるコピペ）のものは即失格＝留年。**

(注) 先頭行に最初から書いてある Option Explicit という命令文は削除する。

```

001 DefDbf A-H, L, R-Z
002 DefInt I-K, M-Q
003
004
005 Sub KADAI_UNIT()
006
007 '*****
008 NSET = 100
009 ReDim ZG(NSET * 2, NSET * 2), DD(NSET * 2)
010
011 NN = Worksheets("DIMENSION").Cells(1, 1)
012 '-----
013 For I = 1 To NN
014     For J = 1 To NN
015         ZG(I, J) = Worksheets("INPUTMATRIX").Cells(I, J)
016     Next J
017 Next I
018 For I = 1 To NN
019     DD(I) = Worksheets("INPUTMATRIX").Cells(I, NN + 2)
020 Next I
021 '-----
022
023 '*****
024 For IJ = 1 To NN - 1
025     For I = IJ + 1 To NN
026         ZGIJ = ZG(IJ, IJ)
027         ZZ = ZG(I, IJ) / ZGIJ
028         For J = IJ To NN
029             ZG(I, J) = ZG(I, J) - ZZ * ZG(IJ, J)
030         Next J
031         DD(I) = DD(I) - ZZ * DD(IJ)
032     Next I
033     For J = IJ To NN
034         ZG(IJ, J) = ZG(IJ, J) / ZGIJ
035     Next J
036     DD(IJ) = DD(IJ) / ZGIJ
037 Next IJ
038 '*****
039 DD(NN) = DD(NN) / ZG(NN, NN)
040 ZG(NN, NN) = 1#
041 For IJ = NN - 1 To 1 Step -1
042     ZZ = DD(IJ)
043     For J = IJ + 1 To NN
044         ZZ = ZZ - ZG(IJ, J) * DD(J)
045     Next J
046     DD(IJ) = ZZ

```

```
047     For J = IJ + 1 To NN
048         ZG(IJ, J) = 0#
049     Next J
050 Next IJ
051 *****
052
053 '-----
054 For I = 1 To NN
055     For J = 1 To NN
056         Worksheets("OUTPUTMATRIX").Cells(I, J) = ZG(I, J)
057     Next J
058 Next I
059 For I = 1 To NN
060     Worksheets("OUTPUTMATRIX").Cells(I, NN + 2) = DD(I)
061 Next I
062 '-----
063
064 End Sub
```